בס"ד ג' סיון התשפ"ג

פרק תשעה עשר

מי מפחד מראנדומיזציה?

פרופסור ישראל אומן, מתמטיקאי דגול שתרם רבות לתחומי התיאוריה של המשחקים והכלכלה המתימטית, חבר האקדמיה הלאומית למדעים של ארצות הברית וחבר האקדמיה הלאומית הישראלית למדעים וחתן פרס נובל לכלכלה לשנת התשס"ו (2005 למניינם), נחשף לעובדת קיומו של צופן של מד"שים בתורה באביב התשמ"ה (1985 למניינם). דוגמאות מעבודתו המוקדמת של פרופסור אליהו ריפס בתחום הרמז של הדילוגים השווים, אשר הוצגו במסגרת קולוקוויום של החברה הישראלית למתמטיקה, הן שעוררו את התעניינותו בנושא זה.

למעשה, לא ידעתי דבר על התעניינותו של פרופסור אומן בנושא המחקר שלנו, עד אשר נפגשנו כשלוש שנים מאוחר יותר ביוזמת פרופסור ריפס. בפגישה המשולשת נידונה אפשרות שליחת מאמרנו לפרסום בכתב העת המדעי של האקדמיה הלאומית למדעים של ארצות הברית: Proceedings of the National Academy of Sciences (USA), או בקיצור: *PNAS*. אומן הציע את עזרתו בהגשת המאמר לפרסום ב- *PNAS*. עמדתו היתה כי קודם כל יש להעמיד את המאמר במבחן ביקורת מקצועית קפדנית. למורת רוחנו, הוא בחר להתייעץ דווקא עם דיאקוניס בנוגע לפרסום המאמר ב- *PNAS*.

לצורך הגשת המאמר ל- *PNAS*, היה עלינו להכין גירסה מקוצרת: לפי כללי העיתון, המאמר אמור להכיל 5,000 מלים לכל היותר. נאלצנו לקצץ הרבה מן החומר, ובפרט את הטבלאות המפורטות של השמות והכינויים של אישי המדגמים. הדבר פגם בבהירות הצגתו של הנושא, ומנע מהקורא את האפשרות לעקוב אחר כל השלבים בהכנת הנתונים.

להערכתנו, פנה אומן לדיאקוניס באביב התשמ"ח (1988 למניינם). לאחר מכן, הם נפגשו בקיץ באוניברסיטת סטנפורד, וניהלו שיחות על משלוח המאמר ל- *PNAS*. דיאקוניס נתן לו העתק מן המכתב ששלח אלינו ביום 3 באוגוסט. כפי שהזכרתי בסוף הפרק הקודם, מלבד פסיקתו של דיאקוניס נגד פרסום מאמרנו, הוא הציע במכתבו לערוך מבחן סטטיסטי חדש למדידת המובהקות של המדגם השני. כזכור, הוא היה משוכנע כי עריכת המבחן החדש תוכיח את עמדתו, כי התוצאה שלנו נבעה אך ורק מהנחות שגויות וכי למעשה אין כאן שום תופעה. המבחן החדש מבוסס על השוואת התוצאות של המדגם השני עם תוצאות מִדגמים משובשים. המִדגמים המשובשים הם מדגמים הנוצרים מן המדגם המקורי כתוצאה מצימודים "שגויים" בין שמות האישים לתאריכים שלהם (דוגמא לכך ראינו במדגם "המוזז" בפרק יז). זה העיקרון המונח ביסוד ההצעה הראשונית.

דיאקוניס צירף פתק למכתב, ובו הודיע לאומן כי המכתב יכול לשמש כדו"ח שיפוט רשמי עבורו, לגבי אפשרות פירסום המאמר ב- *PNAS*. משמעות הדבר היתה - פסילת הפרסום של המאמר. יחד עם זאת, הוסיף דיאקוניס וכתב[1]:

> אני מסכים, **שאם** מספר סביר של צימודים (permutations) יעבור מבחן סטנדרטי באופן חזק (בדרך שתיקבע מראש), אזי ראוי המאמר לפרסום.

התנאי המעורפל שהציב דיאקוניס חִייב הבהרות. היה צורך בניסוח מדוייק של המבחן הסופי כך שלא יאפשר לאחד הצדדים להתחמק. למעשה, הפגישות בין השניים בקיץ התשמ"ח היוו פתיחה למשא ומתן שארך למעלה משנתיים, ואשר במהלכו הלכו והתגבשו הפרטים המדויקים של המבחן הסופי. על משא ומתן זה הכבידה העובדה שחלפו פְּסקי זמן ארוכים בין שלב לשלב. דיאקוניס נטה לשכוח פרטים. כבר במכתבו מ-3 באוגוסט בלטה העובדה, שהוא לא זכר את הפרטים שבמכתבו הקודם (הדבר אינו מפליא, משום שחלפו כמעט שנתיים מאז שלח את מכתבו הקודם, מה גם שהנושא הנידון לא עמד בראש מעייניו). אך בסבלנות ובעקביות דאג אומן להעמיד את הפרטים על דיוקם ולהבהיר את התמונה כל אימת שערפל איים לטשטש את אשר הושג כבר.

היינו עדיין בראשית הדרך. פרופסור אומן שב לארץ לפני ראש השנה של התשמ"ט, וניסה להשיג את הסכמתנו העקרונית למבחן החדש, אשר פרטיו המדויקים טרם גובשו. עמדתי היתה שלילית. לנוכח ההכרות עם דיאקוניס, הערכתי כי אפילו אם נעמוד בדרישותיו החדשות, הוא לא יקיים את התחייבותו להמליץ לפרסם את מחקרנו ב-*PNAS*. שני הפרופסורים, אומן וריפס, חלקו עלי בתוקף. הם טענו כי דיאקוניס מחוייב למתודה המדעית, כך שאם הניסוי יצליח, אזי יתמוך הסטטיסטיקאי המפורסם בפרסום מאמר על כך ב-*PNAS*. "אתם טועים," עמדתי על דעתי, "דיאקוניס מחוייב אך ורק לדעות הקדומות שלו". הם חייכו בסלחנות.

למרות שהייתי בטוח בהערכתי שדיאקוניס לא יעמוד בדיבורו, לא התעקשתי ולא התחפרתי בהתנגדותי לביצוע הניסוי. לא רציתי לריב עם ריפס ועם אומן בעניין ניסוי, שביצועו כלל לא נראה לי מעשי. בניסוי צריך היה להשוות את תוצאות המדגם השני לכמה מאות של מדגמים משובשים. כלומר, עבודת החישוב הנדרשת היתה גדולה פי כמה מאות מן ההיקף המקורי של החישובים. בתנאים בהם הרצנו את המדגם המקורי, עתיד היה הניסוי להימשך שנים רבות.

אבל, אליהו ריפס ניסה ליצור מסגרת מעשית לביצוע הניסוי, והודיע לאומן כי נעדכן אותו כאשר יהיו בידינו האמצעים הדרושים לביצוע המשימה. הפיכת המשימה לאפשרית התבססה על שלושה גורמים. הגורם הראשון היה קיצוץ במספר החישובים הנדרש. אליהו הבחין בעובדה, כי למעשה איננו חייבים למדוד מאות מדגמים משובשים ולחשב עבור כל אחד מהם את התוצאות עבור זוגות המדגם, ובעקבותיהן לשוב ולחשב את התוצאה הכוללת. במקום זאת, די לחשב פעם אחת את "מאגר התוצאות הכללי" – מאגר של מפגשי כל השמות והכינויים עם כל התאריכים – ולשלוף ממנו את התוצאות של *כל* מדגם משובש. עבודת החישוב הנדרשת ליצירת "מאגר התוצאות הכללי" גדולה פי 30 בערך מזו שנדרשה למדגם המקורי. זו ירידה דרמתית בנפח

---

[1] במקור:
"I agree, if a reasonable number of permutations pass a standard test strongly (this should be decided in advance) then the paper is worth publishing."

החישובים הנדרש: בהינתן "מאגר התוצאות הכללי" אפשר לבדוק בקלות לא רק מאות אלא גם אלפי מדגמים משובשים. הגורם השני היה מעבר ממחשב מרכזי לא גדול, שהשימוש בו מתחלק בין הרבה משתמשים, למחשב PC מהיר במושגי אותה העת: היה בדעתנו לרכוש מחשב 386 במהירות 20 מגה-הרץ. לשם כך הכין יואב רוזנברג תוכנית חדשה בשפת תִכנות מתאימה (ויעילה יותר), בה השקיע מאמצים וזמן רב כדי לשפר את מהירות התוכנית. שיפור המהירות היה הגורם השלישי.

ההכנות צרכו כמה וכמה חדשים, בעיקר משום שיואב יכול היה לעזור לנו רק בשעות הפנאי המצומצמות מאד[1]. עד היום אני מתפעל ממסירותו הרבה: כמעט את כל זמנו הפנוי הקדיש כדי לאפשר את ביצוע הניסוי. כאשר התכנית החדשה היתה מוכנה, מדדנו את זמן החישוב עבור זוג מלים, לפיו ניתן לאמוד את הזמן הנדרש ליצירת "מאגר התוצאות". האומדן הצביע כי המשימה בהישג יד: זמן החישוב הנדרש ירד לסדר גודל של שבועות מספר בלבד. מיד הודענו על כך לפרופסור אומן, אך הוא הורה לנו לא לבצע שום חישובים הנוגעים לניסוי המבוקש.

אומן הודיע על ההתפתחויות לדיאקוניס, במכתב מיום 15 בנובמבר 1989 (למניינם). הוא דיווח לו, כי הכנו תוכנה חדשה, שלתקוותנו תעמוד במשימה. הוא הוסיף, כי ביקש מעמנו לא לחשב דבר עד לאחר התייעצות עמו (עם דיאקוניס). הוא תיאר לפניו, כיצד אנו צופים את מהלך הניסוי המוצע, ומה לדעתנו צריך להימדד בתחרות שבין המדגם המקורי לבין המדגמים המשובשים. הוא ביקש לדעת כמה מדגמים משובשים ישתתפו בתחרות, ומה רמת המובהקות הנדרשת עבור התוצאה. ולבסוף, הוא ביקש לדעת האם יש לדיאקוניס הסתייגות כלשהי, ואם כן – מהי.

דיאקוניס השיב כעבור חצי שנה, במכתב מיום 7 במאי 1990 (למניינם) הוא דרש במודע רמת מובהקות חריגה של 1/1000, ונימק דרישה זאת באמתלה שגם הטענה שלנו חריגה. אשר למספר הנדרש של מדגמים משובשים, הוא הציע דרך לחסוך בחישובים על ידי יצירת "מאגר תוצאות" (בדיוק כרעיון שהעלה אליהו ריפס) ואז לחשב את התוצאות עבור 1,000,000 מדגמים משובשים[2]. עד כאן הכל היה סביר (חוץ מעִרפול אופייני בכמה פרטים). אך בסוף המכתב הטמין דיאקוניס מוקש: הוא טען "שהמחברים שינו את הסטטיסטי הבסיסי כמה פעמים מתחילת ההתכתבות". וכי "בגלל שינויים אלה, הוא דורש רשימה חדשה של אישים". עוד הוסיף, שאינו יודע – שמא כבר נבדקו כמה מדגמים משובשים. לדוגמא הזכיר את המדגם המוזז (שהוא עצמו דרש למדוד, ראה לעיל פרק יז) ומבחן חלקי שביצע בעצמו[3]. גם זו לדעתו סיבה לפסול את המדגם השני ולדרוש מדגם חדש.

בסיומו של המכתב, התנצל דיאקוניס על שהשיב באיחור רב כל כך, והזמין את אומן – שהתעתד לעבוד בסטנפורד בקיץ הקרוב – לשוחח אתו.

---

[1] כסטודנט בבית הספר הגבוה לטכנולוגיה בירושלים, למד תורה בבית המדרש עד הצהרים, ורק אחר כך למד את לימודיו האקדמאים (בהיקף מלא).

[2] הוא הציע גם דרך להימנע מחישובים (אם אין ברירה), ולהסתפק בקירוב מסוים.

[3] לגבי 6 אישים מן המדגם, ובאמצעות t-test.

דרישתו של דיאקוניס למדגם חדש, והנימוקים שצירף אליה, עוררו תדהמה וזעם אצל בן-שיחו. פרופסור אומן לא ראה מקום והצדקה כלשהי לדרישה כזאת. אני זוכר שהוא התבטא כך לגבי דיאקוניס[1]: "אם זה סוג האנליזה שהיה דרוש לחסל את הפאראפסיכולוגיה, אזי אולי בכל זאת יש בה משהו!"

ב- 19 ביוני 1990 (למניינם) ענה אומן, שהוא מקבל את הדרישה לסף של 1/1000, ואת ההצעה למיליון מדגמים משובשים. אבל הוא דחה בתוקף את דרישתו לרשימה שלישית. בתארו בפירוט ובדקדוק רב את כל הצעדים שנעשו עד כה, הפריך את טענת דיאקוניס בהראותו כי לא שינינו את הסטטיסטי. לגבי חששו של דיאקוניס שמא "זוהמו" הנתונים על ידי ביצוע ניסוי המדגם "המוזז" או הבדיקה שערך דיאקוניס, הוא תמה לדעת כיצד עשוי ניסוי שדיאקוניס – הצד המתנגד – יזם או עשה "לזהם" את הנתונים?!

בקיץ עבד פרופסור אומן בסטנפורד, ושם ניהל שיחות נוספות עם דיאקוניס. זה האחרון "ירד" מדרישתו הבלתי צודקת לנתונים חדשים. דיאקוניס סיכם את מצב העניינים במכתבו לאומן מיום 5 בספטמבר[2]:

אני שמח לדווח, שאנו בהסכמה על פרוצדורת הבדיקה המתאימה עבור המאמר של ריפס ושות'.

הוא הזכיר פרטים שונים, והסביר כיצד צריך להגיע למובהקות של 1/1000 במרוץ של מיליון המדגמים המשובשים (ואף הזכיר כיצד לנהוג במקרה של תיקו). הוא חתם את מכתבו[3]:

אני מקווה שהמחברים יסכימו לפרסם את ממצאיהם תהיינה התוצאות אשר תהיינה.

כרגיל, כמה פרטים חשובים במכתבו היו מעורפלים, וכדי להבהיר פרטים אלה, כתב אומן מכתב אל דיאקוניס ביום 7 בספטמבר 1990 למניינם, ובו חזר על פרטי הניסוי.

פרופסור אומן חזר לארץ לקראת ראש השנה התשנ"א, והציג לפנינו את מכתבו האחרון. בתחתית המכתב היה כתוב בכתב ידו של אומן, איש המשא ומתן הדייקן, כי המכתב ניתן בידו של דיאקוניס ביום 9 בספטמבר 1990, בשעה 2:50 אחרי הצהרים, במקום המכונה Sequoia Hall באוניברסיטת סטנפורד, וכי דיאקוניס עבר עליו ואישר אותו.

זה היה הניסוח הסופי של הניסוי אשר הוסכם בין דיאקוניס לאומן. מידת ההצלחה של הניסוי היתה אמורה לקבוע האם המאמר יפורסם.

--- --- ---

הניסוי אשר דרש דיאקוניס הוא מן הסוג הנקרא בעגה המקצועית "מבחן ראנדומיזציה". מבחן הראנדומיזציה הוא מבחן מובהקות מעניין ופשוט יחסית. מבחן המובהקות נועד לבדוק האם אכן

---

[1] הוא התייחס בכך למוניטין של דיאקוניס, כמי שלכאורה הפריך טענות סטטיסטיות מסוימות בזכות קיום תופעות פאראפסיכולוגיות (על חושיות).

[2] במקור:

"I am glad to report we are in agreement about the appropriate testing procedure for the paper by Rips et al."

[3] במקור:

"I hope that the authors agree to make their findings public no matter what the outcomes".

מידות "הנטייה הכוללת לקִרבה" מקבלות ערכים "נמוכים באופן חריג" לגבי המדגם הנבדק. המבחן ניתן ליישום באופן דומה לגבי המדגם השני, לגבי המדגם הראשון ולגבי מדגמים אחרים בעלי אותו מבנה בסיסי. הגדרת המקרה הכללי למבחן זה מובאת בנספח א7. כאן אתאר את יישום המבחן לבדיקת המדגם השני, עבורו תוכנן.

לפי דיאקוניס מבחן המובהקות צריך להעשות על ידי ראנדומיזציה של נתוני המדגם השני, דהיינו, על ידי צימודים אקראיים (random permutations) של נתונים אלה. בצורה ציורית אפשר לתאר כך את מבחן המובהקות למִדגם השני:

לכל אישיות מן המדגם נכין שתי מעטפות נפרדות: האחת – "מעטפת השמות" – בה נשים את כל השמות והכינויים של אישיות זו, והשניה – "מעטפת התאריכים" – בה נשים את תאריכי הלידה והפטירה שלה. סך הכל 32 מעטפות שמות ו-32 מעטפות תאריכים – כמספר האישים במדגם. ישנם אופנים רבים מאד לפיהם אפשר לצמד מעטפת תאריכים לכל מעטפת שמות. הצימוד הפשוט ביותר הוא כמובן זה, שבו מצמדים לכל מעטפת שמות את מעטפת התאריכים של אותה אישיות. אבל אפשר, למשל, גם לצמד לכל מעטפת שמות של אישיות מסוימת את מעטפת התאריכים של האישיות הבאה אחריה ברשימה. ואפשר גם לחשוב על צימודים (permutations) מסובכים הרבה יותר.

כל צימוד קובע "מִדגם" באופן הבא: הצימוד מתאים מעטפת תאריכים לכל מעטפת שמות. כל צמד מעטפות כזה קובע קבוצה של זוגות ביטויים, אשר הביטוי הראשון בכל זוג הוא שם (או כינוי) ממעטפת השמות, ואילו הביטוי השני בו הוא תאריך הלקוח ממעטפת התאריכים. סך כל זוגות הביטויים הללו, מכל צמדי המעטפות בצימוד המסוים, מהווה "מדגם" חדש. למשל, המדגם "המוזז", בניסוי שערכנו בשלב הקודם (ראה בפרק יז), הוא מדגם כזה: הוא נוצר על ידי הצימוד של מעטפת השמות של אישיות מסוימת, למעטפת התאריכים של האישיות הבאה אחריה ברשימה.

סך כל הצימודים האפשריים הוא !32[1] על ידי צימודים אלה נוצרים !32 מדגמים, אשר אחד מהם הוא המדגם המקורי (הנוצר מן הצימוד הפשוט, שבו מצמדים לכל מעטפת שמות את מעטפת התאריכים של אותה אישיות), והיתר הם מדגמים משובשים (משום שהם כוללים זוגות שבהם מצומדים שמות אישים לתאריכים לא להם). אפשר למדוד את מידת "הנטייה הכוללת לקִרבה" לגבי כל מדגם כזה. כך נקבל !32 מספרים, אותם נסדר לפי הסדר הרגיל של המספרים הממשיים.

אם התכונה שאנו מודדים היא אקראית, אזי למספר – שהוא ערכה של מידת "הנטייה הכוללת לקִרבה" במדגם המקורי – סיכוי שווה לתפוס כל אחד מ- !32 המקומות בסידור המספרים הזה. זו השערת האפס. נשים לב, שהשערת האפס, ומבחן המובהקות הנגזר ממנה, אינם עושים כל שימוש בשיקולים שהנחו אותנו בהגדרת "מידת הקרבה המכוילת" ומידות "הנטייה הכוללת לקִרבה", שלפיהם יש להן משמעות הסתברותית (כפי שהוסבר בנספח א2 ובנספח א3). לכן, מבחן המובהקות (אשר אתאר מיד) מהווה מבחן של **"קופסה שחורה"**.

[1] נשתמש – כמקובל – בסימון "!32" לציון המכפלה: $32\times31\times...\times3\times2\times1$. זה מספר עצום – קצת יותר מ-260 מיליון מיליארד מיליארדים.

המספר !32 הוא, כאמור, עצום ומשום כך אי אפשר לחשב את כל !32 המספרים הנזכרים לעיל. לכן, עלינו להסתפק בדגימה. כדי לחשב את רמת המובהקות הסטטיסטית, נערוך את המבחן הבא: נשים את מעטפות השמות בקלפי אחת, ואת מעטפות התאריכים – בקלפי אחרת. נערבב היטב את המעטפות שבקלפיות. עתה נוציא מעטפת שמות אחת מן הקלפי הראשונה, ולעומתה מעטפת תאריכים אחת מן הקלפי השניה. צמד המעטפות שעלה קובע קבוצה של זוגות ביטויים (כפי שהוסבר לעיל). עתה, נוציא מעטפה נוספת של שמות מן הקלפי הראשונה, ומעטפת תאריכים – מן השניה. נקבל עוד קבוצת זוגות ביטויים. כך נמשיך להגריל מעטפות, עד שיִכלו המעטפות מן הקלפיות. אחרי שהוצאנו את צמד המעטפות ה-32, האחרון, מצרפים את כל זוגות הביטויים שנקבעו על ידי 32 צמדי המעטפות, אשר יהוו "מדגם משובש" שנתקבל באמצעות **צימוד אקראי**.

נחזיר את המעטפות לקלפיות, נערבבן היטב ונחזור על התהליך 999,999 פעמים – כך נקבל 999,999 מדגמים משובשים. כפי שתיארתי לעיל, לכל מדגם כזה מחשבים את ערכה של מידת "הנטייה הכוללת לקרבה". יחד עם המידה של המדגם המקורי יש לנו בסך הכל 1,000,000 מספרים.

במבחן המובהקות עלינו לערוך עתה "תחרות" בין 1,000,000 המדגמים: באיזה מהם המפגשים "קרובים יותר" – כלומר, למי מהם שייכת מידת "הנטייה הכוללת לקִרבה" בעלת הערך הנמוך ביותר. [כפי שהוסבר בנספח א3, אם ערכה של מידת "הנטייה הכוללת לקִרבה" עבור מדגם א **נמוך** מערכה עבור מדגם ב, פירושו של דבר, שהמפגשים במדגם א "**קרובים יותר**" מאלה שבמדגם ב.]

לשם כך, אנו מדרגים את 1,000,000 המספרים לפי סדר המספרים הממשיים: בראש הדירוג – הערך המספרי הנמוך ביותר. עתה נגדיר את "הדירוג" של המדגם המקורי מתוך 1,000,000 המדגמים המתחרים: זהו מספר המדגמים שערך מידת "הנטייה הכוללת לקרבה" שלהם **אינו עולה** על זה של המדגם המקורי[1].

לחישוב המובהקות נותר עתה רק צעד קטנטן. מ"השערת האפס" המנוסחת לעיל נובע, ש"הדירוג" של המדגם המקורי, המחולק במספר המתחרים (במקרה שלנו – 1,000,000) היא היא ההסתברות המבוקשת: ההסתברות, שערכה של מידת "הנטייה הכוללת לקִרבה" של המדגם המקורי **כה נמוך**.

--- --- ---

בהסכם שבין אומן לדיאקוניס נקבעו הפרטים הטכניים של הניסוי המתואר לעיל. עם קבלת הפרטים הנדרשים, ניגשנו לשלב הבא. מאמרנו המדעי נכתב מחדש, כאשר בצד תיאורה של התופעה הנידונה, ניתן פירוט של שני המדגמים הגדולים, וכן תיאור מפורט של מבחן הראנדומיזציה. מבחן זה תואר לפרטיו בדיוק כפי שסוכם עם דיאקוניס. המאמר היה דומה עתה

[1] אם ישנם מדגמים, שערך מידותיהם שווה לערך מידת המדגם המקורי (כלומר, מקרה של "תיקו"), ייחשבו חציים כמקדימים את המדגם המקורי בדירוג.

למאמר סופי, חוץ מהבדל מהותי ועיקרי: במקום המיועד לתוצאות, נכתבו סימני שאלה (שהרי המבחן טרם נערך).

פרופסור אומן שלח את המאמר לדיאקוניס ולעוד ארבעה סטטיסטיקאים נודעים (עד כמה שידוע לי, כולם היו חברי האקדמיה האמריקנית למדעים. אחד מהם היה חתן פרס נובל). במהלך שנת התשנ"א (1991 למניינם) הגיעו תשובותיהם לשאלותיו של אומן. חמשת הסטטיסטיקאים אִשרו את הניסוי המתואר – כולם סברו כי הניסוי המוצע הוא תקין ונכון. לפי בקשת אומן, נקב כל אחד מהם בערך הסף של המובהקות – סף, שתפקידו להכריע בין הצלחה בניסוי לבין כשלון. היה מי שהציע ערך סף של 1/20 (אחד לעשרים), כמקובל. לעומת זאת, לפי דיאקוניס, כדי להצליח במבחן היתה המובהקות צריכה להיות טובה מ- 1/1000 (אחד לאלף).

למרות ההבדלים ביניהם באשר לגובה הנאות, בו צריך להציב בפנינו את "הרף", תחזית אחידה היתה בפיהם: חמשת הסטטיסטיקאים הנודעים היו מאוחדים בהערכה כי לא נעבור את "הרף"!